10-10

N1

$4 - 5 - 7 - 11 - 19 = 22$

$||4-5| - |7-11-19|| = 22$

$|1-23| = 22$

Ответ. $||4-5|-|7-11-19|| = 22$ 7б

N2

Пусть тарелка с медом – М, со сгущенкой – С, с вареньем – В. Нам известно из условие, что в 1 раз он съел $3M+4C+2B$ и это больше, чем если бы он съел $2M+3C+4B$ или $4M+2C+3B$.

Исходя из этих данных, получим такие неравенства.

$3M+4C+2B > 2M+3C+4B$; $3M+4C+2B > 4M+2C+3B$

$3M-2M+4C-3C > 4B-2B$; $4C-2C > 4M-3M+3B-2B$

$M+C > 2B$ (1) $2C > M+B$ (2)

Мы получим два неравенства, которые теперь можем сложить. Тогда получим

$M+C+2C > 2B+M+B$

$M+3C > 3B+M$

10-10

…лимпиадная работа
…о математике (ШЭ)
…ученицы 10 класса
…МАОУ „Лицей N4" г. Рязани
…льщиковой Майи Сергеевны

10-10

1	2	3	4	5	6	Итого
7	7	7	7	6	7	41

По условию задачи мы должны сравнить варенье и сгущёнку.

$M+3C > M+3B \Rightarrow 3C > 3B$

Сокращаем неравенство и получаем, что $C > B \Rightarrow$ от сгущёнки толстеют больше. 7б

Ответ: от сгущёнки;

№3

$(x^3 - \dots \cdot x - 1)\cdot(x+5) = (x^4+2x+1)(x^2-3)$

Нам известно, что один из корней равен 2, тогда вместо x в правую часть уравнения можем подставить это число

$(x^3 - \dots \cdot x + 1)\cdot(x+5) = (2^4+2\cdot 2+1)(2^2-3)$

$(x^3 - \dots \cdot x - 1)\cdot(x+5) = (16+4+1)(4-3)$

$(x^3 - \dots \cdot x - 1)\cdot(x+5) = 64+16+4-48-12-3$

$(x^3 - \dots \cdot x - 1)\cdot(x+5) = 21$

На месте троеточия должно стоять число a, x можем заменить на 2 (по условию). Тогда получаем:

$(2^3 - a\cdot 2 - 1)\cdot(2+5) = 21$

$(8-2a-1)\cdot(2+5) = 21$

$(7-2a)\cdot 7 = 21$

$49-14a = 21$

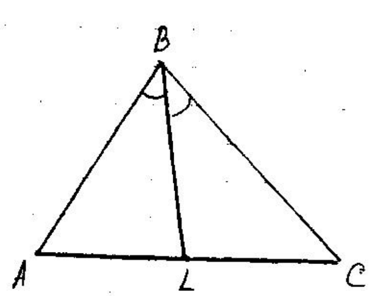
$-14a = -28$

$a = 2$

Тогда число, которое нужно найти -2. 7б

Ответ: 2;

№5



Дано: ABC - треугольник

BL - биссектриса

$AB\cdot BC = AL\cdot AC$

Доказ: $\triangle ABL$ - равнобедренный

Доказательство:

1) BL - биссектриса по условию $\Rightarrow \angle ABL = \angle LBC$ (по св-ву биссектрисы треугольника)

2) По св-ву биссектрисы $\frac{AL}{CL} = \frac{AB}{BC}$. Значит, мы можем выразить AL и получить: $AL = \frac{CL\cdot AB}{BC}$

3) По условию задачи $AB\cdot BC = AL\cdot AC \Rightarrow \frac{BC}{AC} = \frac{AL}{AB}$.

Тогда подставим значение AL из 2 пункта и получим $\frac{BC}{AC} = \frac{AB \cdot CL}{AB \cdot BC} \Rightarrow \frac{BC}{AC} = \frac{CL}{BC}$

Значит $\triangle ABC \sim \triangle BLC$ (по двум пропорцион. сторонам и углу между ними: $\angle C$ - общий)

4) Если $\triangle ABC \sim \triangle BLC$, то углы в них равны.

Тогда $\angle BAC = \angle LBC = \angle ABL$

5) Получаем, что в $\triangle ABL$ два угла равны $\Rightarrow$ $\triangle ABL$-равнобедренный.

Что и т/д;

6б

N6

$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$

$1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot \ldots \cdot 20!$

$n! \cdot (n+1)! = n! \cdot n!(n+1) = (n!)^2 \cdot (n+1)$

$(1! \cdot 2!) \cdot (3! \cdot 4!) \cdot (5! \cdot 6!) \ldots (19! \cdot 20!) =$

$= ((1!)^2 \cdot 2) \cdot ((3!)^2 \cdot 4) \cdot ((5!)^2 \cdot 6) \ldots ((19!)^2 \cdot 20) =$

$= ((1!)^2 (3!)^2 (5!)^2 \ldots (19!)^2) \cdot (2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 18 \cdot 20) =$

$= ((1!)^2 (3!)^2 (5!)^2 \ldots (19!)^2) \cdot 2^{10} (1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10) =$

$= ((1!)^2 (3!)^2 (5!)^2 \ldots (19!)^2) \cdot 2^{10}\, 10! =$

$= ((1!)^2 \cdot (3!)^2 \cdot (5!)^2 \ldots (19!)^2) \cdot 32^2 \cdot 10!$

Тогда для выполнения условия задачи, нужно вынести 10!

Ответ: 10!

7б

N4.

Пусть скорость Марьи Ивановны x (км/ч), а скорость Катерины Михайловны y (км/ч). Расстояние между городами можно обозначить за S км.

По условию задачи расстояние между МИ и КМ было 2 км в тот момент, когда МИ прошла $\frac{1}{2}S$, в тот момент, когда КМ прошла $\frac{1}{3}S$.

Имеем формулу $S = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{S}{v}$

Составим систему ур-ний:

$$\begin{cases} \dfrac{\frac{S}{2}}{x} = \dfrac{\frac{S}{2} - 2}{y} \quad | \cdot xy & ОДЗ: x \neq 0,\ y \neq 0 \\ \dfrac{\frac{2S}{3} + 2}{x} = \dfrac{\frac{S}{3}}{y} \quad | \cdot xy & ОДЗ: x \neq 0,\ y \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{yS}{2} = \frac{xS}{2} - 2x \quad | \cdot 2 \\ \frac{2Sy}{3} + 2y = \frac{Sx}{3} \quad | \cdot 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} yS = xS - 4x \\ 2Sy + 6y = Sx \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \dfrac{xs - 4x}{s} \\ 2s\,\dfrac{xs-4x}{s} + 6\,\dfrac{xs-4x}{s} = sx \end{cases}$$

$$2xs - 8x + \frac{6xs - 24x}{s} = \cancel{25}\,sx \qquad \Big| \cdot s,\ s \neq 0$$

$$xs^2 - 2xs - 24x = 0$$

$$x\,(s^2 - 2s - 24) = 0$$

$x \neq 0$ (по усл.) $\quad s^2 - 2s - 24 = 0$

$$D = 4 + 4 \cdot 24 = 100 = 10^2$$

$$x = \frac{2 \pm 10}{2};\ x_1 = 6,\ x_2 = -4 \text{ (не подх. по усл.)}$$

Тогда получим, что расстояние между городом и деревней 6 км.

Ответ: 6 км;