№6.

9-3

Выделим полный квадрат

$x^2-4x+11=(x^2-4x+4)+7=$
$=(x-2)^2+7$

Выражение $x^2-4x+11$ является квадратом натурального числа при $(x-2)^2=9$, тогда $x-2=3$; $x=5$; при $x-2=-3$; $x=-1$ получаем не натуральное значение x

Ответ: $x=5$.

6.

9-3

Олимпиада по математике
(школьный этап)
Ученика 9 А класса
Авилкина Александра Александровича
МАОУ лицея №4
04.11.2005.

Учитель: Румянцева
[…]на Станиславовна.

№3.
Если он выловил большое число рыб весом по 3,5 кг и 4,5 кг значит:

3,5кг + 4,5кг = 8кг

8кг · 2 = 16кг

И ещё он может взять 3,5кг.

16 кг + 3,5 кг = 19,5кг

Ответ: 19,5кг. 7

№4.

90 - 40 = 50 очков осталось.

Получается, что за 6 выстрелов стрелок набрал 50 ~~оч~~ очков. Стрелок точно попал по одному разу 7, 8, 9.

50 - 7 - 8 - 9 = 26 очков.

Значит 26 очков осталось

№	1	2	3	4	5	6	Итог
балл	7	7	7	7	7	6	41

№1.
Пусть возраст Саши — x лет, а возраст Юры — y лет. Известно, что $x+y=35$.

$y-(x-y)=\frac{x}{2}$ | $x=35-y$

$y-x+y=\frac{x}{2}$

$2y=1,5x$

$2y=1,5\cdot(35-y)$

$2y=52,5-1,5y$

$3,5y=52,5$

$y=15$ лет Юре

Тогда Саше $35-15=20$ лет.
Ответ: Саше 20 лет; Юре 15 лет.

№2.

Квадратное уравнение имеет хотя бы одно решение при $D \geq 0$.

$$x^2+ax+1=0$$
$$D1=a^2-4$$

Уравнение 1 имеет ~~реш~~ решение при условии:

$$D1 \geq 0$$
$$a^2-4 \geq 0$$
$$a^2 \geq 4$$

$$x^2+bx+1=0$$
$$D2=b^2-4$$

Уравнение 2 имеет решение при условии:

$$D2 \geq 0$$
$$b^2-4 \geq 0$$
$$b^2 \geq 4$$

$$x^2+abx+4=0$$
$$D3=(ab)^2-4\cdot1\cdot4$$
$$D3=a^2b^2-16$$

Уравнение 3 имеет решение при условии:

$$D3 \geq 0$$
$$a^2b^2-16 \geq 0$$
$$a^2b^2 \geq 16$$

Из неравенств следует:

$$a^2 \geq 4$$
$$b^2 \geq 4$$
$$a^2b^2 \geq 4^2$$
$$(ab)^2 \geq 16$$

Следовательно, если первые 2 уравнения имеют решение, то и 3 уравнение имеет решение.

7

~~$S_{EHMN} =$~~

$2S_{ABCD} = 4ak\sin B + 4bc\sin D + 4kc\sin C +$
$+ 4ab\sin A \quad |\cdot 2$

$S_{ABCD} = 2ak\sin B + 2bc\sin D + 2kc\sin C +$
$+ 2ab\sin A$

$S_{EHMN} = 2ak\sin B + 2bc\sin D + 2kc\sin C +$
$+ 2ab\sin A - ak\sin B - bc\sin D - kc\sin C -$
$- ab\sin A = ak\sin B + bc\sin D + kc\sin C +$
$+ ab\sin A$

12) $S_{ABCD} = 2ak\sin B + 2bc\sin D +$ ~~...~~
$+ 2kc\sin C + 2ab\sin A \quad |:2$

$\frac{1}{2}S_{ABCD} = ak\sin B + 2bc\sin D + 2kc\sin C +$
$+ 2ab\sin A$

$S_{EHMN} = ak\sin B + bc\sin D + kc\sin C +$
$+ ab\sin A$

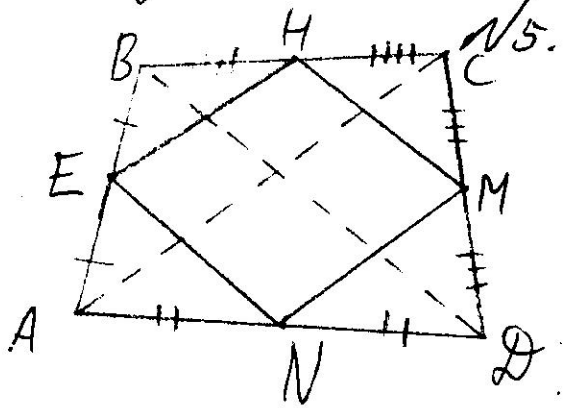
Получим, что ~~площадь~~
~~$S\frac{1}{2}$~~ $\frac{1}{2}S_{ABCD} = S_{EHMN}$

7

набрать стрелку за 3 выстрела.
В сумме 26 очков можно получить только ~~один~~ одним образом:
$8 + 9 + 9$.

Ответ: в 9-ку попал 3 раза; в 8-ку попал 2 раза; в 7-ку попал 1 раз. 7

№5.



Дано: ABCD-четырёхугольник;
$AE = BE = a$;
$BH = HC = K$;
$AN = ND = b$
$CM = MD = c$

Д-ть: $S_{EHMN} =$

Доказательство.

1) Дополнительное построение: диагонали AC и BD

2) $\triangle ABC$

BH – средняя линия, т.к.

$BE = AE$; $BH = BC$.

3) $\triangle DAC$

MN – средняя линия, т.к.

$AN = DN$; $CM = MD$.

4) $\triangle BCD$

HM – средняя линия, т.к.

$BH = HC$; $CM = DM$.

5) $\triangle ADB$

NE – средняя линия, т.к.

$AN = ND$; $AE = EB$.

6) $\triangle EBH \sim \triangle ABC$, так как

$$\frac{EB}{AB} = \frac{BH}{BC} = \frac{EH}{AC}$$

7) $\triangle DNM \sim \triangle DAC$, так как

$$\frac{DN}{DA} = \frac{NM}{AC} = \frac{DM}{DC}$$

8) $\triangle HCM \sim \triangle BCD$, так как

$$\frac{HC}{BC} = \frac{CM}{CD} = \frac{MH}{BD}$$

9) $\triangle ANE \sim \triangle ADB$, так как

$$\frac{AN}{AD} = \frac{NE}{DB} = \frac{AE}{AB}.$$

10) Найдём площадь $\triangle EBH$, она равна произведению двух сторон на синус угла между ними.

$S_{\triangle EBH} = ak \cdot \sin B$

Аналогично найдём пло

$S_{\triangle ABC} = 2a \cdot 2k \cdot \sin B = 4ak \cdot \sin$

$S_{\triangle DNM} = bc \cdot \sin D$

$S_{\triangle DAC} = 2b \cdot 2c \cdot \sin D = 4bc \cdot s$

$S_{\triangle HCM} = kc \cdot \sin C$

$S_{\triangle BCD} = 2k \cdot 2c \cdot \sin C = 4kc \cdot s$

$S_{\triangle ANE} = ab \cdot \sin A$

$S_{\triangle ADB} = 2a \cdot 2b \cdot \sin A = 4ab \cdot s$

11) $S_{EHMN} = S_{ABCD} - S_{\triangle EBH} - S_{\triangle DNM} -$

$- S_{\triangle HCM} - S_{\triangle ANE}$

$2S_{ABCD} = \cancel{S_{ABCD}} + S_{\triangle ABC} + S_{\triangle DAC} + S_{\triangle BC}$

$+ S_{\triangle ADB}$